Olympiadeklassen **11–12**

60. Mathematik-Olympiade
1. Runde (Schulrunde)
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen, falls sie nicht aus dem Schulunterricht bekannt sind. Auf eine Beweisangabe kann außerdem verzichtet werden, wenn die Aussage einen eigenen Namen besitzt und dadurch als allgemein bekannt angesehen werden kann.*

Für jede der vier Aufgaben werden bei vollständiger Lösung maximal 10 Punkte vergeben. Die notwendige Mindestpunktzahl zur Qualifikation für die Landesrunde beträgt 25 Punkte.

601211

Für positive ganze Zahlen a, b und c werden die Zahlen

$$x = 60a + 13b \text{ und } y = 60a + 11c$$

gebildet.

Man bestimme alle Möglichkeiten der Wahl von a, b und c, für die die Gleichung

$$4x^2 - y^2 = 2020$$

gilt, und begründe, dass es keine weiteren Lösungen gibt.

601212

Alina und Bernd untersuchen die Teilbarkeit positiver ganzer Zahlen. Zunächst gibt Alina eine Ziffer a vor und bildet die Zahl mit der Dezimaldarstellung $\overline{100a}$. Anschließend wählt Bernd eine Ziffer b. Nun soll Alina durch Einfügen einer oder mehrerer Ziffern b eine Zahl der Form

$$\overline{100ba}, \qquad \overline{100bba}, \qquad \overline{100bbba}, \ldots$$

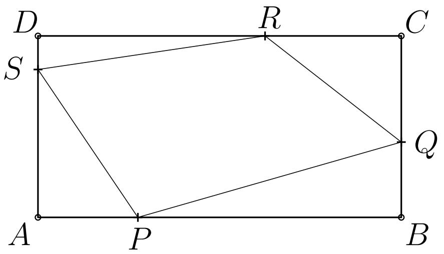
bilden. Findet Alina eine solche Zahl, die mit $\overline{100a}$ keinen gemeinsamen Teiler größer als 1 besitzt, hat sie gewonnen, anderenfalls siegt Bernd. Man bestimme alle Ziffern a, durch deren Wahl Alina ihren Gewinn sichern kann.

Hinweis: Mit $\overline{abcd}$ wird diejenige positive ganze Zahl bezeichnet, die in der Dezimaldarstellung von links nach rechts genau die Ziffern a, b, c und d besitzt.

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

601213

Gegeben sei ein Rechteck $ABCD$. Die Punkte P auf $\overline{AB}$, Q auf $\overline{BC}$, R auf $\overline{CD}$ und S auf $\overline{AD}$ seien innere Punkte der Rechteckseiten (siehe Abbildung A 601213). Für welche Lagen der Punkte P, Q, R und S hat das Viereck $PQRS$ den kleinsten Umfang?



A 601213

Hinweis: Innere Punkte einer Strecke sind alle Punkte dieser Strecke mit Ausnahme der Endpunkte.

601214

Ritas Farbe ist rot und Gerds Farbe ist grün. Sie beginnen ein Spiel, bei dem sie abwechselnd einen noch nicht gefärbten Punkt der Ebene in ihrer Farbe einfärben, wobei Rita beginnt.

Gewonnen hat derjenige, dem es gelingt, in ein Dreieck, dessen drei Eckpunkte die eigene Farbe tragen und bei dem kein innerer Punkt in der Farbe des Gegners gefärbt ist, einen Punkt der eigenen Farbe zu setzen.

Man entscheide, ob einer der Spieler den Gewinn erzwingen kann.

Anmerkung: Ein innerer Punkt eines Dreiecks ist ein Punkt der Dreiecksfläche, der weder auf einer Dreiecksseite liegt noch ein Eckpunkt ist.

Schicke Deine Lösungen bis spätestens **09. Oktober 2020** entweder

- per Post an Uwe Peters, Robert-Schuman-Gymnasium, Prälat-Subtil-Ring 2, 66740 Saarlouis oder
- als PDF per Email an maoly-saar@gmx.de.

Beschreibe alle Blätter bitte nur einseitig.
Gib auf einem Deckblatt unbedingt

- Deinen Namen
- Deine Schule
- Deine Klassenstufe
- Deine Emailadresse

an.